

## ■毎回の提出物について

毎回の授業で、課題や質問があり、何等かの提出物があります。回答用紙には、解答に行き詰って悩んだ内容、質問や意見等を記述してください。この提出物の良し悪しは成績の評価に反映されませんが、その後の授業で扱う問題の選考で参考にします。また、この回答（解答）の提出を「授業参加を確認する資料」とします。期末試験が実施不可能になった場合などは、いくつかの提出物を評価に反映する可能性もあります。

回答する問題や回答方法は毎回の指示に従ってください。このファイルに含まれる問題の全てをこの授業で使う訳ではありません。回答用紙は、A4 用紙に「日付」「氏名」「学籍番号」を明記の上、回答を記述してください。オンライン授業でない場合は、授業支援 BOX に対応した所定の用紙が受講者に配布されていましたが、オンライン授業では受講者各自で調達してください。

質問等を月曜 1 限の時間帯に Moodle 上の Zoom にて受け付けます。ただし Zoom によるオンラインミーティングへの参加は義務付けません。

質問は、尋ねるポイントを絞ってください。「自分がどこまで考えたか」「『自分の考え』だと、どんな矛盾が生じるか」「自分の考え方に必要だけど設問で不足している情報が何か」などを御自身で整理してから質問してください。漠然と「分からない」「教えてください」と主張する受講生が少なくありませんが、フォローできません。当該受講者が理解できなかった授業をもう一度やっても、分かるようにはならないと思います。あと、授業への参加が無かった方へのフォローも行いません。「授業にこの前来なかったから分からない。教えて欲しい」という旨の要望をする方が稀にいますが、そのような身勝手な要望への対応はしたくありません。

回答用紙の提出は、各講義の日の昼 12 時までに、A4 用紙 1 枚分程度の回答（解答）を 1MB 未満の PDF ファイルにして提出してください。個別に返事が必要と判断した場合にのみ、当該受講者に何等かの返事をします。

## ■授業の進め方

授業は、教室で実施される場合、以下のような流れがあります。

- 演習課題が課される

- 十分なヒントが与えられない状況で、受講者が演習課題に取り組む。受講者に一緒に取り組む仲間がいる場合は、協働作業をしても良いし、教科書や資料等を閲覧しても構わない。
- 授業担当者からヒントが提示される
- 引き続き受講者が演習課題に取り組む
- 回答用紙が回収されて、授業が終了する
- 授業開始時に、回答用紙が受講者に返却され、講師からコメントが出される
- 無言で解答例が板書される。この板書は基本単色
- しばしば板書の計算に誤りが発生するので、誤りが修正される
- 単色の板書に、黄色のチョークなどで補足説明が加えられる

ZOOM を利用したリアルタイムのオンライン授業でも同様の流れで実施する予定です。ヒント無しで演習問題に取り組むのは、若干無茶な印象もありますが、「これが分からないのに、解けるわけがない！」というポイントを受講者ご自身が感じるための大事な時間だと考えます。解答例や説明を待って、自力で悩まない受講態度は楽ですが、お勧めしません。

「無言でなされる単色の板書」は慣れないと奇異です。仮に解答に誤りがあれば、解答の「どこで何を誤っているか」を確認できるように記述しています。講義室で加藤が実施する授業では、しばしば板書の計算に誤りが発生します。誤りへの対処方法を受講者に示す意図もあり、あえて「メモを見ながらの誤りのない解答」を記述する授業はしていません。実務でも計算の誤りはあり、誤りへの備えとして、解答の記述方法は重視しています。「私は絶対に間違わない」「まあ、この俺様が計算したから、細かいことは気にしないで、信用しとけよ」などと言われても、実務なら怖くて信用できません。実務においては「正解」が用意されている訳ではないので、「自分はこのように考えました」という考え方を記録しながら進めるのも技術者の仕事になります。計算のときにわざわざ間違える気で間違える者は普通いません。学校の試験ならともかく、仕事で「誤っている」と思うなら、「やり直してこい」という話になるはずです。自分が正しいと思う解答を記述するし、「正しいか否か」を後に読む者が判断できる解答が必要になります。そうすると、計算をする力学系の問題でも、解答は文章や図による説明が多く

なります。問題解決の「鍵」以外も不要な訳ではないので、解答例でも「鍵」は強調表示されません。

ちなみに補足説明の記述は、解答への記述は通常省かれるものです。必要最低限の解答については、他の専門書や、過去の期末試験の解答例も参考にしてください。担当者加藤のウェブサイト(\*1)からは、過去の期末試験の問題と解答例がリンクしています。

\* 1 : <http://mach1s.cc.oita-u.ac.jp/kenkyu/netu/kato/kato1.html>  
「加藤義隆」の検索ワードで上位に表示される

## ■ 期末試験や対策

2020 年度は期末試験の実施の可否がこの文書作成時点で不明です。期末試験は、その点数が成績評価となります。電卓・関数電卓・机の上に載る紙媒体の資料を持ち込み可とする予定です。「演習の解答例」は、試験の回答として無駄な記述も含むので、持ち込みをお勧めしません。授業の「ねらい」や推奨する自己学習の方法は、シラバスに記載の通りです。

例年は、期末試験の解答時間が 90 分、再試験は類似の問題で解答時間が 60 分です。授業は、相応に期末試験対策を準備した学生が 60 分で記述できる程度の問題を 90 分×15 回かけて授業をすと思ってください。このファイルの後半の問題は、機械工学概論の授業ではほとんど取り組まないと思います。

### ■演習問題 1(計算過程の書き方)

以下の解答例 A, 解答例 B と解答例 C における誤りを指摘してください。いずれも質量 5.0g の重りを速さ一定で 10 秒に 10.0cm 鉛直上方に引き上げる際の仕事率を計算するものです。なお, それぞれの数値の計測は, 質量が 0.1g 単位, 鉛直上方への移動距離は 1mm 単位, 時間は 1 秒刻みです。また重力加速度は  $9.80665\text{m/s}^2$  であるとします。

○解答例 A:  $5.0 \div 1000 \times 9.80665 \times 10 \div (10) = 0.00490\text{W}$

○解答例 B 質量 5.0g の物体を, 重力加速度  $g$  の下で, 高さ 10cm 引き上げる仕事は

$$5.0 \div 1000 \times 9.80665 \times 10 / 100 = 4.903325 \times 10^{-2}$$

仕事率は 1 秒間あたりの仕事であるから

$$4.903325 \times 10^{-2} / 10 = 4.90 \times 10^{-3} \text{ W} = 4.90 \text{ mW}$$

よって 4.90 mW

○解答例 C 仕事率  $L$  で鉛直上方に一定速度で  $t$  秒間に高さ  $h$  引き上げる時の式は式(1.1)で表される。

$$L = Mgh/t \tag{1.1}$$

ここで与えられた条件に基づいて,  $M=5.0$ ,  $g=9.80665$ ,  $h=10/100$ ,  $t=10$  を代入すると,  $L=0.490033\text{W}$  の解が得られる。以上より求める仕事率は  $0.490033 \text{ W}$  である。

### ■演習問題 2(有効数字)

図1に示す目盛り上に  $\sin 60^\circ$  を記入し, その目盛り上に記入した値を読み取ってください。次にその読み取った値を 2 倍した値を求めてください。この目盛りを読み取って 2 倍した値と,  $2 \sin 60^\circ$  の比較に基づき, 「四捨五入する際に  $\div$  を使ってはならない理由」と「数値を代入して計算するとき誤差を小さくする方法」について説明してください。

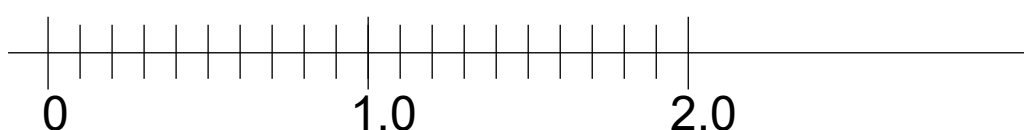


図 2.1 目盛り

### ■演習問題 3(三角関数の復習)

図 3.1 において, 点 A と点 B を結ぶ円弧の長さを, 図中の記号を用いて表してください. また, 図 3.1 における  $x$  と  $y$  を  $r$  と  $\theta$  で表してください. また, 逆三角関数では  $\theta = \arctan(\tan \theta)$  という関係がありますが, その関係を用いて  $\theta$  を  $x$  と  $y$  で表してください.

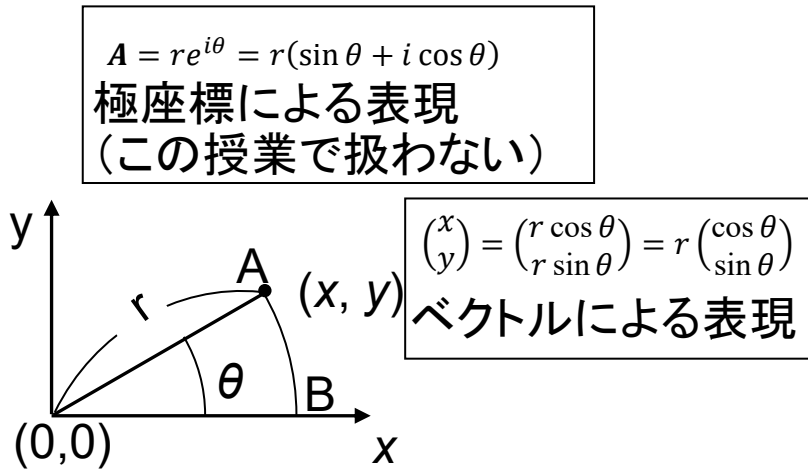


図 3.1 ベクトルと極座標

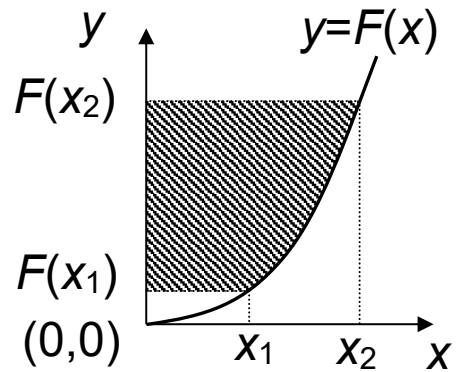


図 6.1 積分のグラフ

$$S = \int_{\square}^{\square} \square = - \int_{\square}^{\square} \square \quad (6.1)$$

■ 演習問題 4 (単位や次元)

平地にて停止した車重 1t の車を一定の加速度で 10 秒後に時速 100 km まで加速する時に必要な馬力を求めてください. 1t は 1000 kg です. 馬力の単位は PS で, 1PS は概ね  $75 \times 9.80665 \text{ W}$  です.

■ 演習問題 5 (エンジンの軸出力) (単位や次元)

回転軸がトルク  $T \text{ N}\cdot\text{m}$  で回転し, 仕事率  $P \text{ W}$  の出力を発揮する時, 一秒間あたりの回転数を求めてください. (トルクは, 力のモーメントと同じ意味で, 回転方向にかかる力の大きさとその作用点と回転中心の距離の積です.)

■ 演習問題 6 (積分) (確かめ算)

問 6.1 絶対値が図 6.1 の斜線部の面積と同じで負の値を示す  $S$  が得られるように, 空欄をうめて完成させた式 (6.1) を回答用紙に記述してください. なおこの問題では, 逆関数は使いませんし,  $y = F(x)$  も具体的な関数は指定していません.

問 6.2 図 6.1 において  $y = F(x) = 2x$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 2$  として, 問 6.1 で述べた  $S$  を求めてください.

■演習問題 7(機械系の「積分」)

図 7.1 で, 灰色のマスの数を数えて求める面積と, 一般的な底辺と高さの積を 2 で除す求め方と値をくらべてください.

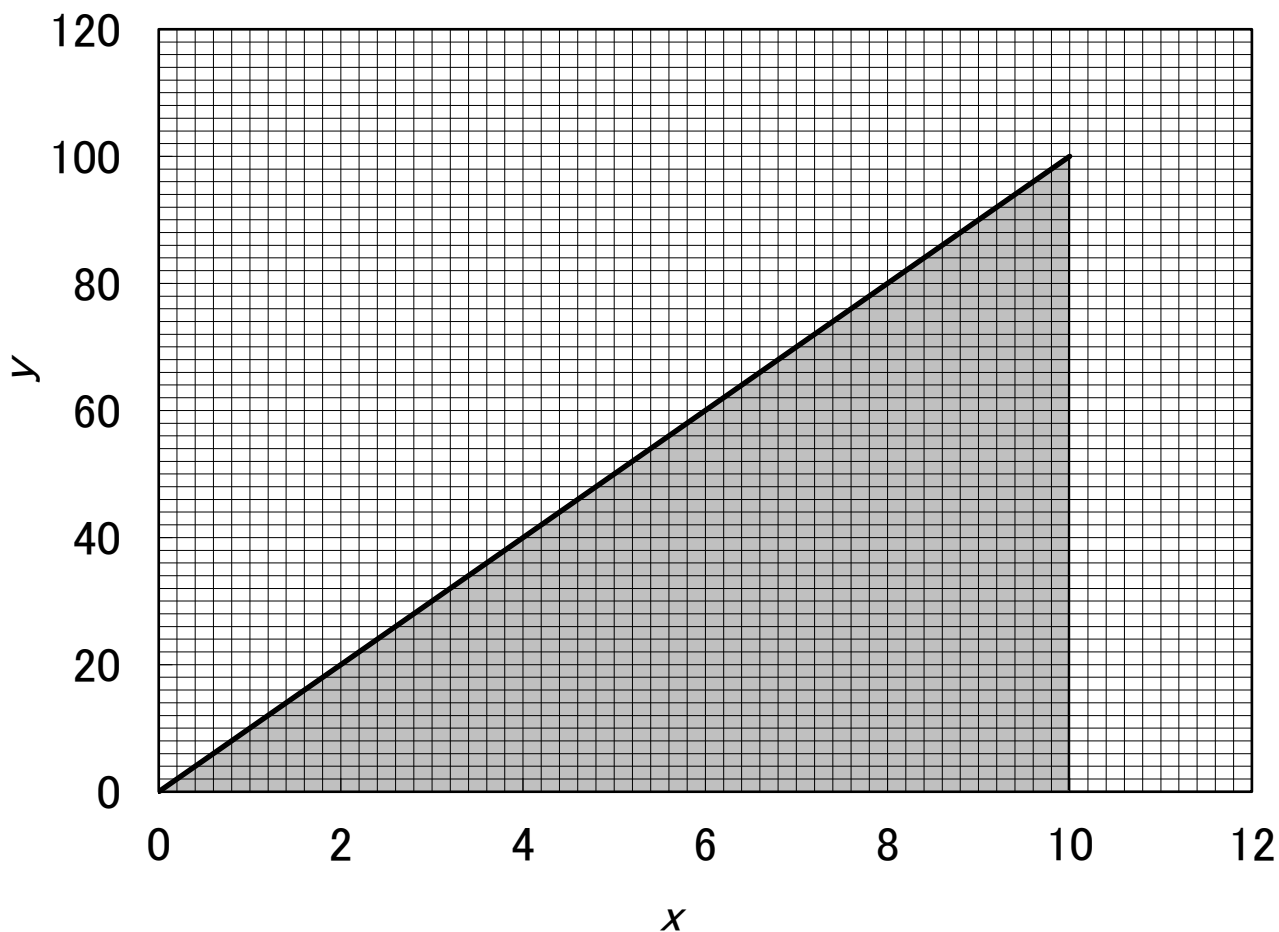


図 7.1  $0 \leq x \leq 10$  における  $y=10x$  のグラフ

■演習問題 8(機械系の「微分」)

図 8.1 で,  $x=3$  において  $y$  を  $x$  で二階微分した値を,  $y=12/x$  の関係を利用せずに, 式(8.1)(8.2)で表されるオイラー法(テイラー展開の第 2 項目まで考慮する方法)を参考に求めてください.

$$x_1 = x_0 + h \tag{8.1}$$

$$y_1 = y_0 + h \frac{dy}{dx} \tag{8.2}$$

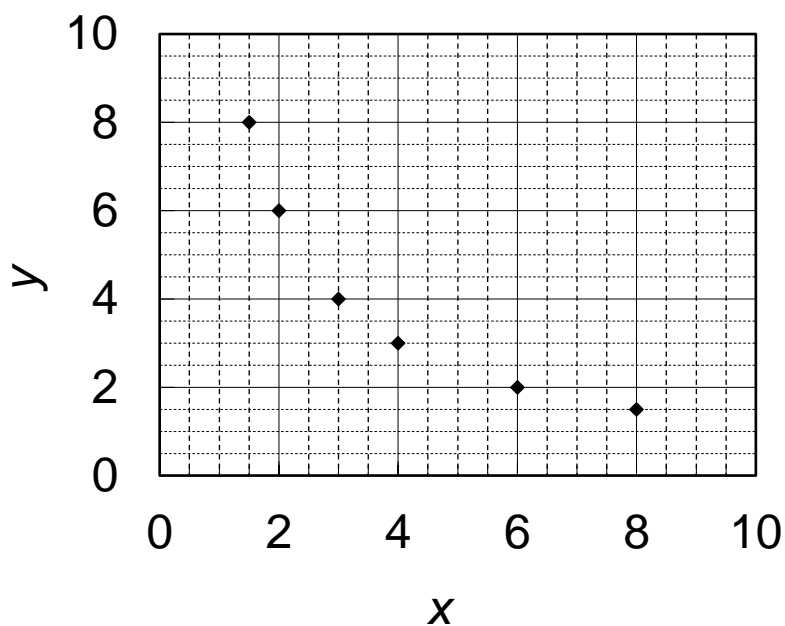
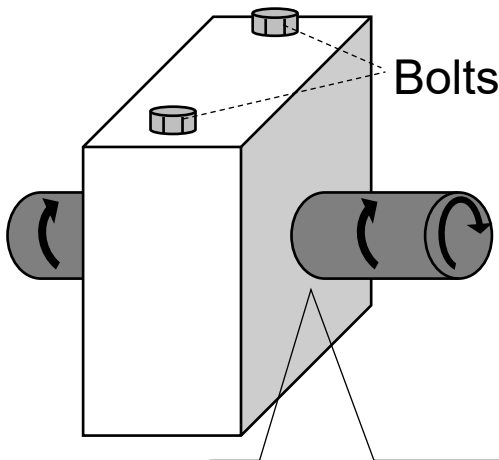


図 8.1 微分について考えるためのグラフ

■演習問題 9 (スターリングエンジンの機構の軸と軸受の検討)

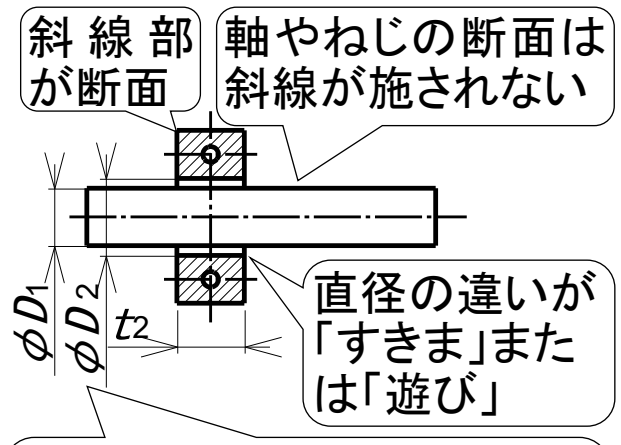
問 9.1 図 9.1 は、丸穴のある平板をネジ 2 本で留め、丸穴の中で丸棒が回転する。丸穴が軸受けで、丸棒が軸である。軸と軸受けは、「すきまばめ」と呼ばれる状態で、軸の径が軸受けの内径より小さい。図 9.2 は図 9.1 を上から見た断面図である。軸と軸受けは、図 9.3 のような中心線の偏りや、図 9.4 のような中心線の傾きが、必ず生じます。図 9.2 において、それぞれの寸法をどのようにすると、「軸受けの中の軸の傾き」が小さくなるか、数式を用いて説明してください。

なお「すきまばめ」や「しまりばめ」などの「はめあい」は、JIS で規定され、機械製図の書籍でも解説されている。



蛇足: 軸が穴の径より太いと「しまりばめ」となり、回転しない。

図 9.1 軸と軸受け



$\phi$  はマルと読み、直径を表す。この場合、測れるのは直径なので、直径を示す。

図 9.2 軸と軸受けを上から見た断面図

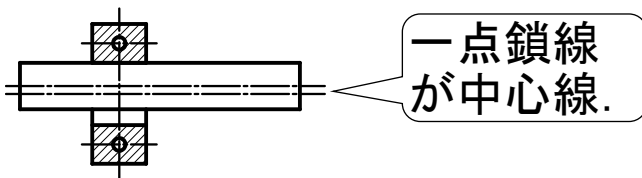


図 9.3 軸受の中で偏る軸

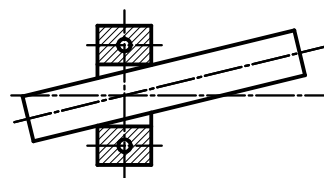


図 9.4 軸受けの中で傾く軸



問 9.2 図 9.5 に示される断面図において、軸と二つの軸受けを貫通する条件を数学的に考え、組立て易くなる寸法の傾向について説明すると共に、組立て易さの代償となる性質に言及してください。

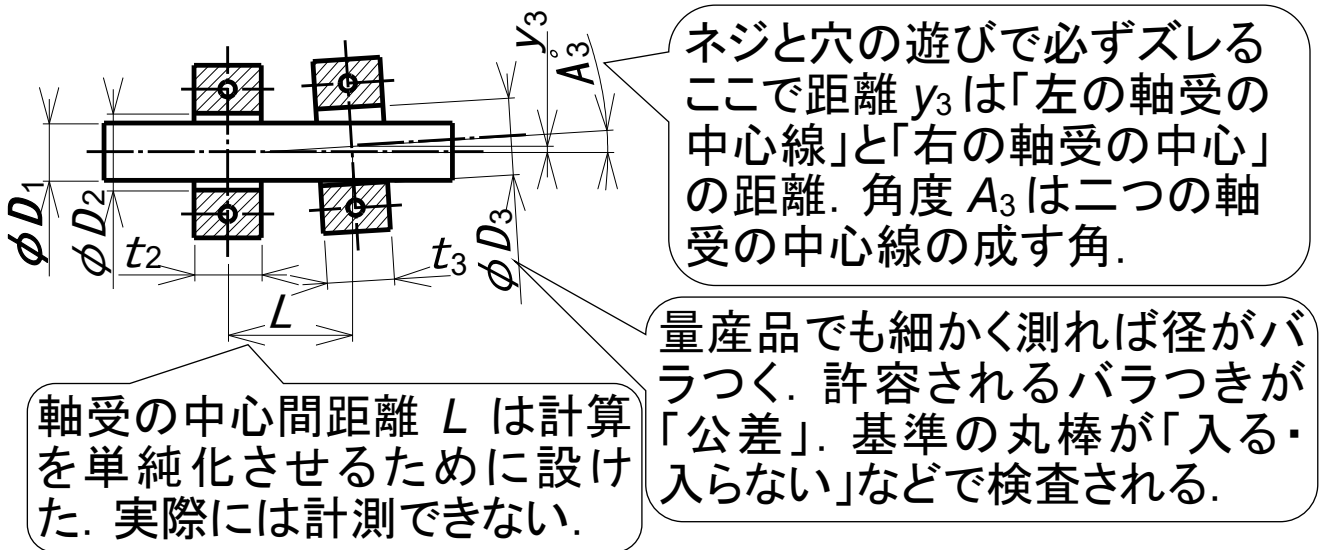


図 9.5 二つの軸受を貫通する軸

新規に機構を設計すると、しばしば「組み立たない」「動きが渋い」「動く部品に干渉する部分がある」「カタカタと動きが不安定」などの不具合がでます。そこでこの演習問題では、軸と軸受けの寸法が、軸の「遊び」に与える影響を考えます。

■演習問題 10 (スターリングエンジンの動きの予測)

スターリングエンジンでは, クランク角  $\varphi$  に式(10.1)の関係があった. 係数  $A(\varphi)$ ,  $B(\varphi)$ ,  $C(\varphi)$ ,  $D(\varphi)$ は学部で受講する機械工学に基づいて数式として導かれるもので, 図 10.1 のグラフは一例である.

下の表計算を用いた角速度の挙動の推定において, 3 行目以降の計算を, オイラー法を参考に進めてください.

$$D(\varphi) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = A(\varphi) \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + B(\varphi) \frac{d\varphi}{dt} + C(\varphi) \quad (10.1)$$

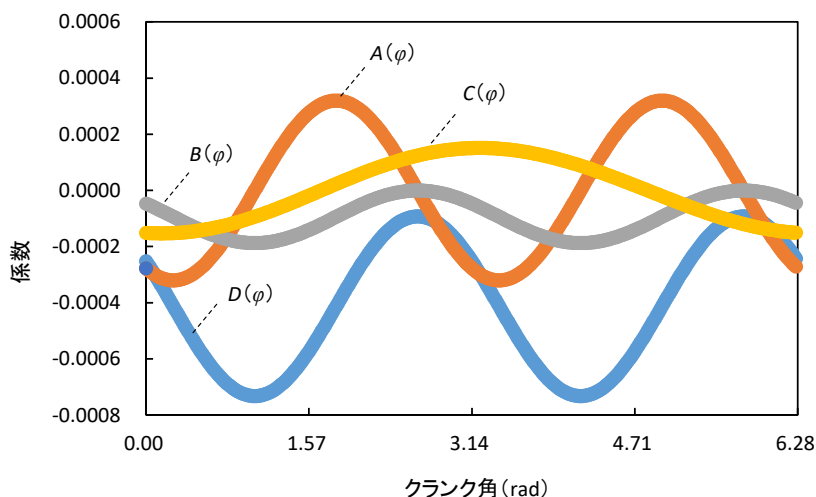


図 10.1 解析に用いる係数

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	角度 $\varphi$ 度	係 数 $D(\varphi)$	係 数 $A(\varphi)$	係 数 $B(\varphi)$	係 数 $C(\varphi)$	角 速 度 rad/s	角 加 速 度 rad/s <sup>2</sup>	時 間 秒
2	0	-0.00025	-0.00027	-0.000046	-0.00015	$1 \times 2\pi$		0
3	1	-0.00026	-0.00028	-0.000049	-0.00015			
4	2	-0.00027	-0.00028	-0.000052	-0.00015			
5	3	-0.00028	-0.00029	-0.000055	-0.00015			

A2, F2, H2: 計算を始めるクランク角, 角速度, 時間を初期値として与える.

A 列: ここではクランク角  $\varphi$  が 1 度ずつ増えるようにした. 例:  $[A3]=[A2]+1$

B 列~E 列: 式(10.1)とともに別途計算で定まる定数.

G 列: 式(10.1)に B~F 列の値を代入すると  $d^2\varphi/dt^2$  が求まる.

H 列: 例えば 360 度後の角速度が概ね同じとき, その所要時間の逆数が 1 秒当たりの回転数になる.

### ■演習問題 11 フライホイール(はずみ車)の慣性モーメント

厚さと密度が一様な質量  $m$  kg 半径  $R$  m の円盤において, 中心軸を通る回転軸の周りの慣性モーメントが  $(mR^2)/2$  で与えられることを説明してください. 慣性モーメントは, 質量  $dm$  の回転中心からの距離を  $r$  として,  $r^2 dm$  を全体に積分することで求められます.

フライホイール(はずみ車)は, 回転軸上に搭載される重りのようなものです. スターリングエンジン以外にも, ガソリンエンジンやディーゼルエンジンのようなピストンが往復動するエンジンに搭載されます. ピストンから発生する力の向きは, エンジンの稼働中は, 常にエンジンの回転方向と逆向きに交互に働きます. ピストンから発生する力がエンジンの回転方向と逆向きであっても, フライホイールの回る勢いで, 角速度は減少するものの, 回転方向が維持されます. ここではその「勢い」に関わる慣性モーメントを取り扱います.

### ■演習問題 12 (リンク機構の慣性モーメント)

問 12.1 素材が均質で断面積が一定の棒があったとして, 棒の端を回転中心とする場合の慣性モーメントは, 棒の真ん中を回転中心とする場合の何倍になるか, 求めてください. 慣性モーメントは, 質量  $dm$  の回転中心からの距離を  $r$  として,  $r^2 dm$  を全体に積分することで求められます.

問 12.2 直角三角形の鋭角な頂点回りの慣性モーメントを, 図 12.1 を参考に求めてください. 多角形の物体であれば, 直角三角形の集まりとして, 慣性モーメントを計算することが可能です. なお, 三角形一般の慣性モーメントの計算はエグイことになりました...

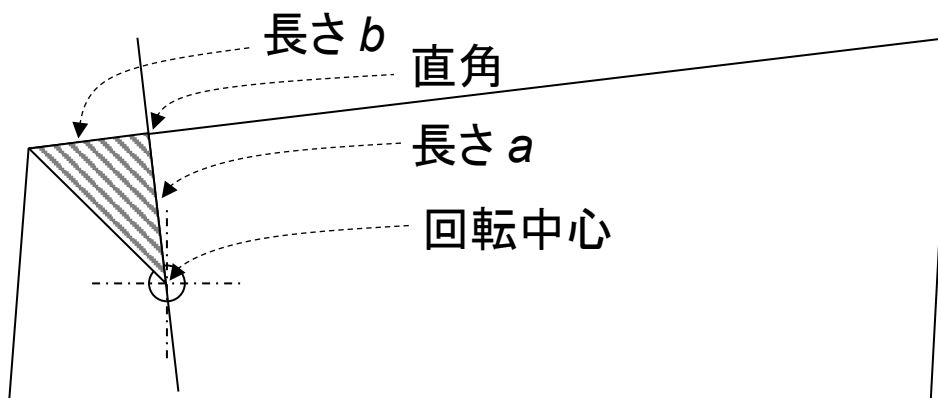


図 12.1 多角形と直角三角形の慣性モーメント

ピストンの往復動を出力軸の回転運動に変換する機構には, リンク, 漢字では「節」と記述される部品があります. このリンクのように, 姿勢が変化する類の回転運動も出力軸のトルクに影響します.

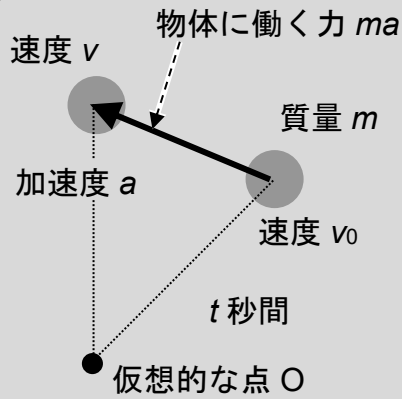


図 4-5-1-3 直線運動

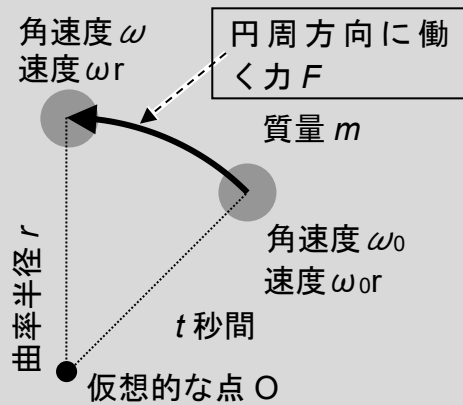


図 4-5-1-4 円弧上の運動

$$\frac{v - v_0}{t} = a \quad (4-5-1-1)$$

$$v = r\omega \quad (4-5-1-2)$$

$$r \frac{(\omega - \omega_0)}{t} \cong a \quad (4-5-1-3)$$

$$mr^2 \frac{\omega - \omega_0}{t} \cong mar \quad (4-5-1-4)$$

$$T = Fr \quad (4-5-1-5)$$

$$F \cong ma \quad (4-5-1-6)$$

$$mr^2 \frac{\omega - \omega_0}{t} \cong T \quad (4-5-1-7)$$

$$I = mr^2 \quad (4-5-1-8)$$

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} \quad (4-5-1-9)$$

$$T' = -T \quad (4-5-1-10)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = -T' \quad (4-5-1-11)$$

加藤義隆著「An introduction to DIY by handicraft of a low temperature differential Stirling engine written in Japanese スターリングエンジンの手作りで DIY 入門」から抜粋して引用

■演習問題 13 (動く部品の各部の加速度)

図 13.1 において,  $\theta$  および  $x_1$  が時間の関数で,  $y_1$  と  $r$  と  $\xi$  が定数である. このときの接続棒上の点  $(x_3, y_3)$  運動は式(13.1)で示される. この点  $(x_3, y_3)$  にかかる加速度が, 点  $(x_1, y_1)$  の加速度, 接続棒が点  $(x_1, y_1)$  を中心に回転する際の向心力に関わる加速度, および接続棒の点  $(x_1, y_1)$  周りの慣性モーメントに関わる加速度の和になることを, 式(13.1)に基づく解析により示してください.

$$\begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \cos \xi \\ r \sin \xi \end{pmatrix} \quad (13.1)$$

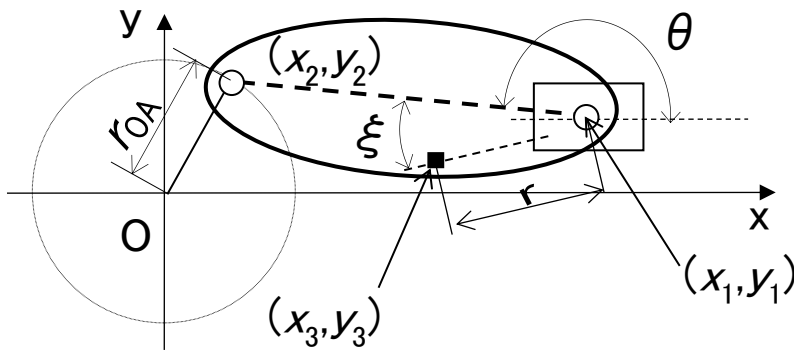


図 13.1 オフセットクランク機構

図 13.1 は, 点 O を中心に点  $(x_2, y_2)$  が回転運動し, それに伴って点  $(x_1, y_1)$  が往復動するクランク機構の一種である. 点  $(x_1, y_1)$  の往復動の延長線上に点 O がある場合が単クランク機構, 延長線上に点 O が無い図 13.1 の場合をオフセットクランク機構などと言う. 図 13.1 において楕円で示される部品は, 点  $(x_2, y_2)$  と点  $(x_1, y_1)$  を結ぶ剛体で, 「コネクティングロッド」もしくは「接続棒」と呼ばれる.

■演習問題 14 (スターリングエンジン内の気体が行う仕事)

図 14.1 は低温度差スターリングエンジンを熱力学的に解析するための模式図です. 記号は,  $V$  が容積,  $T$  が温度,  $m$  と  $R$  が動作流体(注 14.1)の質量と気体定数,  $P$  が圧力とする. 添え字は,  $cp$  がパワーピストンシリンダ内の変化する部分,  $c$  がパワーピストンのある側の空間でディスプレイサの往復動で変化する部分,  $h$  がパワーピストンの無い側の空間でディスプレイサの往復動で変化する部分,  $c$  および  $h$  の後に  $d$  がつく添え字は掃気されない空間,  $r$  も掃気されないが再生器のように温度分布がある空間を表す(注 14.2). ここでは動作流体の漏れはないものとし, ディスプレーサやピストンの往復動により点線で区切られた各区画の容積は変化する部分もあり, 動作流体の移動もあるが, 各区画の温度は変化せず, また区画毎の圧力差はなく, 全区画の圧力が同時に変化する, と仮定する. この一連の仮定が等温モデルである.

注 14.1 動作流体は熱力学的な仕事をする流体のこと. ここでは内部に充填した気体. 注 14.2 一般的にピストンのある側が上に来て, 低温側になることが多い. しかし, この解析においては高温と低温が入れ替わっても差し支えない.

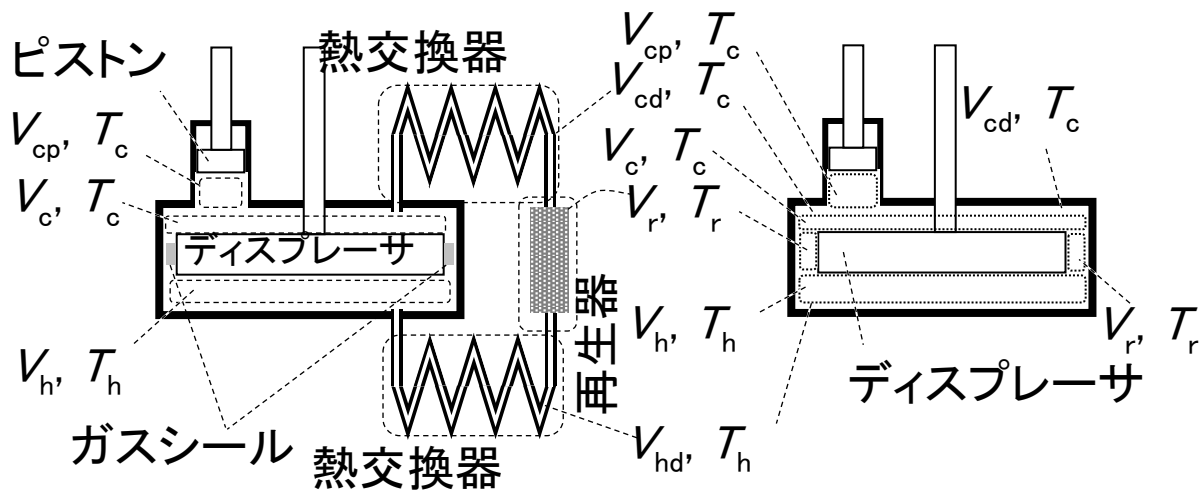


図 14.1 等温モデルで表す低温度差スターリングエンジン

問 14.1 圧力  $P$  が一定の条件で,  $V_c$  と  $V_h$  の容積変化が式 (14.1)(14.2) で与えられるとき, ピストンシリンダ内の容積  $V_{cp}$  の最大値と最小値の差, 内部エネルギー  $U$  の変化量を求めてください. 理想気体の状態方程式は式 (14.3) を用いるものとし, 式 (14.4)(14.5) の関係があります. 機械系では一般気体定数  $R_0=8.3145\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$  と物質質量  $n$  ではなく, 質量  $m$  と気体毎に異なる気体定数  $R$  を用いることが多い. なお  $A_{DxstD}$  と  $\alpha$  が定数である.

$\phi$  が変数である. 内部エネルギーの計算は定容比熱  $C_V$  を用いて式 (14.6) で計算できる. しかし, ここでは定容比熱  $C_V$  を温度に関わらず一定とみなし, 式(14.7)を用いて良い.

問 14.2 問 14.1 に類似した状況で, 動作流体が得るエネルギーを全て使い切る条件を考えてください. (その条件ではスターリングエンジンが継続的に運転できないと思いますが)

問 14.3 問 14.1 のスターリングエンジンで, 圧力一定の条件を取りやめ, 式(14.8)の仮定を与えた仮想的なモデルがシュミット (Schmidt) サイクルと呼ばれ, その  $PV$  線図は図 14.2 のようになる.

なお断面積  $A$  と行程  $x$  (注: 行程は往復動の移動距離) の積は行程容積と呼ばれる.  $A_D x_{stD}$  はディスプレイサの掃気容積で,  $A_p x_{stp}$  はピストンの掃気容積である. 式(14.1)(14.2)で用いる  $\alpha$  はピストンとディスプレイサの運動の位相差である. 式(14.8)の位相  $\phi$  はピストンシリンダ内の容積が最小になるときを 0 としている. 式(14.1)(14.2)と式(14.8)の関係は, 実際のクラク機構を用いた場合とは若干異なる. 式(14.9)の整理に, 式(14.10)と図 14.3 を導入すると, 式(14.11)(14.12)(14.13)が得られる.

$$V_c = A_D x_{stD} \frac{1 - \cos(\phi + \alpha)}{2} \quad (14.1)$$

$$V_h = A_D x_{stD} \frac{1 + \cos(\phi + \alpha)}{2} \quad (14.2)$$

$$PV = mRT \quad (14.3)$$

$$PV = nR_0 T \quad (14.4)$$

$$R_0 = MR \quad (14.5)$$

$$U_2 - U_1 = m \int_1^2 C_v dT \quad (14.6)$$

$$U_2 - U_1 = mC_v(T_2 - T_1) \quad (14.7)$$

$$V_{cp} = A_p x_{stp} \frac{1 - \cos \phi}{2} \quad (14.8)$$

$$m = \frac{PV_{cp}}{RT_c} + \frac{PV_c}{RT_c} + \frac{PV_{cd}}{RT_c} + \frac{PV_r}{RT_r} + \frac{PV_{hd}}{RT_h} + \frac{PV_h}{RT_h} \quad (14.9)$$

$$\varepsilon \equiv \frac{A_p x_{\text{stp}}}{A_D x_{\text{stD}}} \left( \frac{T_h - T_c}{T_h} \right)^{-1} \quad (14.10)$$

$$\frac{mR}{P} = \left( \frac{V_{\text{cd}}}{T_c} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{\text{hd}}}{T_h} \right) + \frac{A_D x_{\text{stD}}}{2T_c T_h} \{ (T_h + T_c) + \varepsilon(T_h - T_c) \} \quad (14.11)$$

$$- \frac{A_D x_{\text{stD}}(T_h - T_c)}{2T_c T_h} \gamma \cos(\phi + \beta)$$

$$\beta = \arctan\{ \sin\alpha(\varepsilon + \cos\alpha)^{-1} \} \quad (14.12)$$

$$\gamma = \sqrt{\varepsilon^2 + 2\varepsilon\cos\alpha + 1} \quad (14.13)$$

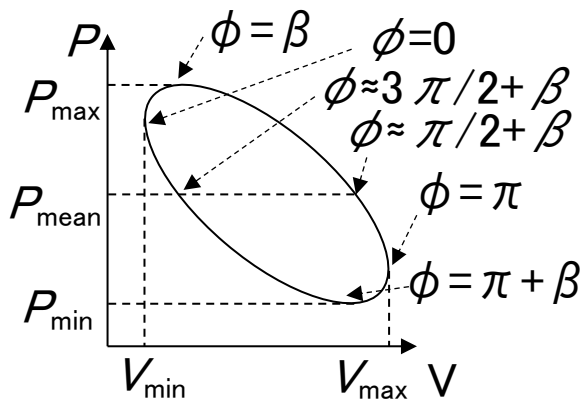


図 14.2 シュミットサイクル

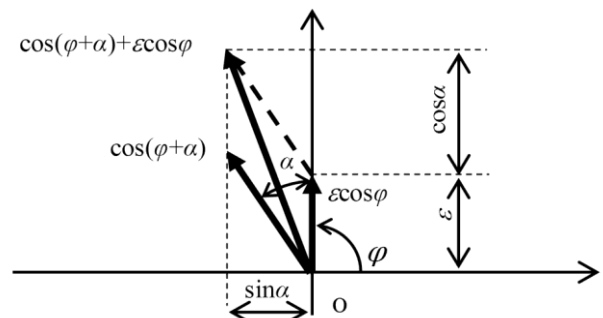


図 14.3 三角関数の

問 14.3 図 14.2 の周回積分において、時計回りが正、反時計回りが負になる理由を説明してください。

なお図3は圧力一定の条件を取りやめて式(14.8)の仮定を与えた仮想的なモデル、シュミット(Schmidt)サイクル、のPV線図である。

問 14.4 ピストン周辺の圧力(注:バッファ圧と言います)が  $P_{\text{mean}}$  一定の条件で、図 14.2 の PV 線図の線上で、ピストンは体積を膨張させようとする箇所と、ピストンが体積を収縮させようとする箇所を、区別して示してください。

問 14.5 実際に熱機関が熱エネルギーから仕事を発生する場合は、時計回りに PV 線図が描かれます。問 14.4 で考えた「ピストンの



動こうとする向き」と熱機関が仕事を発生させるときのピストンの向きが一致するところがあります。この「一致するところ」はピストンがクランク機構に対して正の仕事をしています。しかし、この「ピストンがクランク機構に対して正の仕事をしている」区間で、気体が外部から仕事をされている区間があります。気体が外部から仕事をされているのに、ピストンがクランク機構に正の仕事をすることを考えてください。

また、 $PV$  線図の面積は、摩擦等を無視したときに、熱機関が発生する仕事として考えて良い理由も合わせて考えてください。

問 14.5 図 14.2 の  $PV$  線図の傾きから、大雑把に、熱の授受で容積が変化する箇所がどこかを、説明してください。

問 14.6 ここまで考えて、絶対に外部から力を加えないと、 $PV$  線図が時計回り方向に動くような動作をしない箇所がありませんか？

■演習問題 15(ディスプレイサの側面を流れる気体の粘性抵抗)

図 15.1 の隙間を流れる流体に生じる圧力差は, ディスプレーサの加速度と共に運動方程式の係数に影響する. 流速の勾配  $dv/dx$  と流体の粘度  $\mu$ , せん断応力  $\tau$  (注: 応力は 1 平方メートルあたりにかかる力で, せん断は圧縮や引張と異なり互いに力が加わる状態である) が式 15.1 を満たす流体をニュートン流体と言う. 動作流体の空気をニュートン流体とみなして考える. 上下の圧力差が  $(dP/dh)h$  で与えられるものとします.

問 15.1 上下の圧力差が断面に与える力と側面のせん断力が釣り合うと仮定する, 式(15.2)の考え方を図示してください.

問 15.2 図 15.1 における幅  $d$  の隙間の中心を  $x=0$  とした時の, 位置  $x$  における流速  $v$  を求めてください.

問 15.3 図 15.1 における  $d \times L$  の隙間を単位時間に通貨する動作流体の体積流量  $Q$  を求めてください.

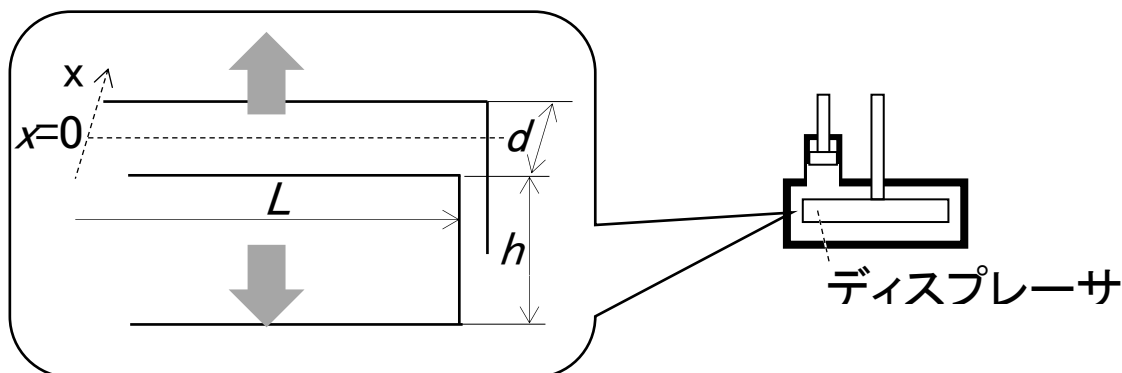


図 15.1 2 枚の平行な平板と, それが模擬するディスプレイサの側方の流路となる隙間

$$\tau = \mu \frac{dv}{dx} \quad (15.1)$$

$$\frac{dP}{dh} dh \cdot x \cdot L = \tau L dh \quad (15.2)$$

### ■ 演習問題 16 (材料力学)

厚さ 0.5mm の硬質塩化ビニル板 2 枚を間に厚さ 1.0mm の樹脂を挟んで貼り合わせた部品が, 厚さ 1.0mm の硬質塩化ビニル樹脂に比べて, 曲げ剛性  $IE$  が何倍になるか考えてください. 間に挟んだ樹脂の縦弾性係数は影響が無いと仮定してください.

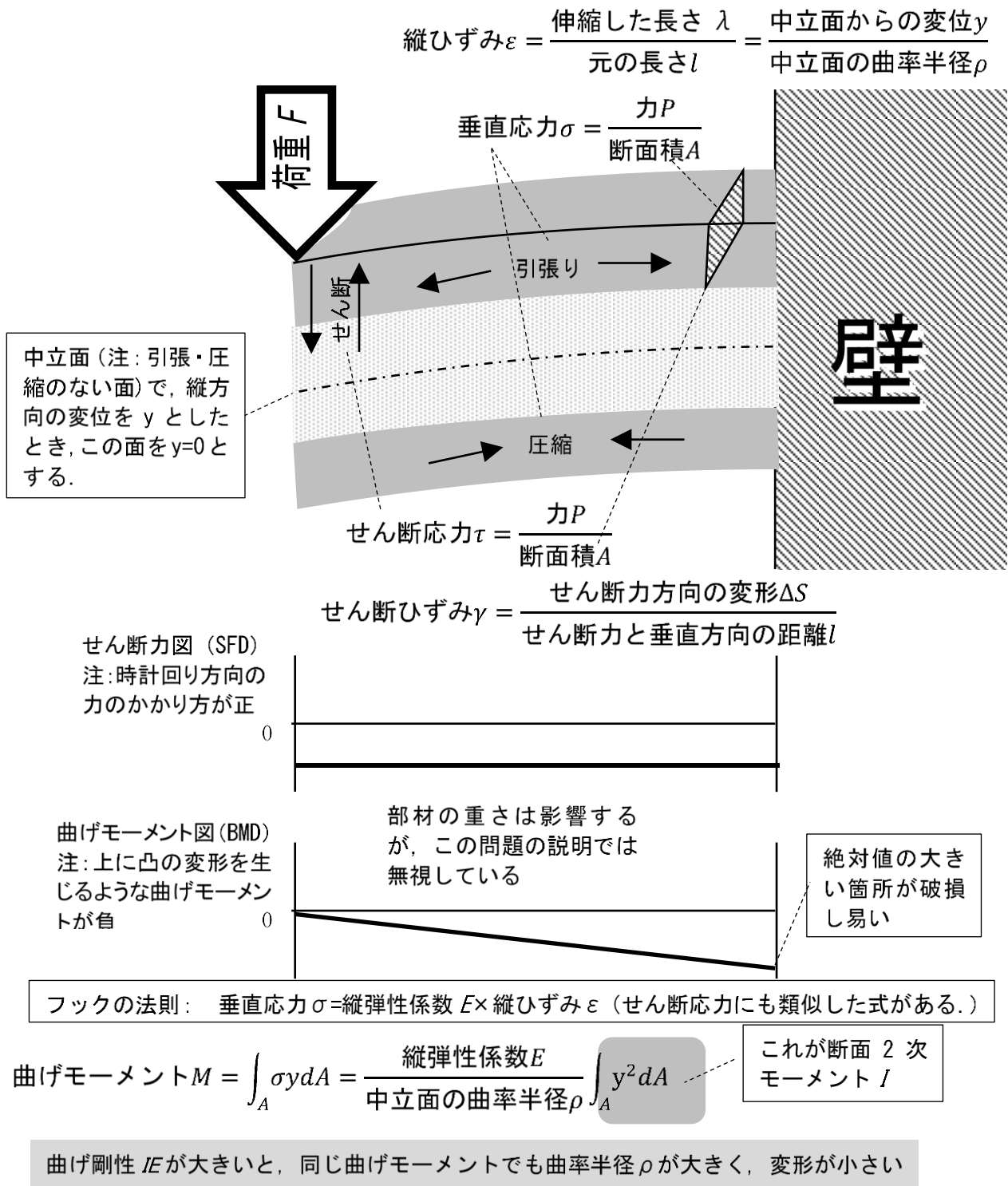


図 16.1 材料力学の大雑把な説明

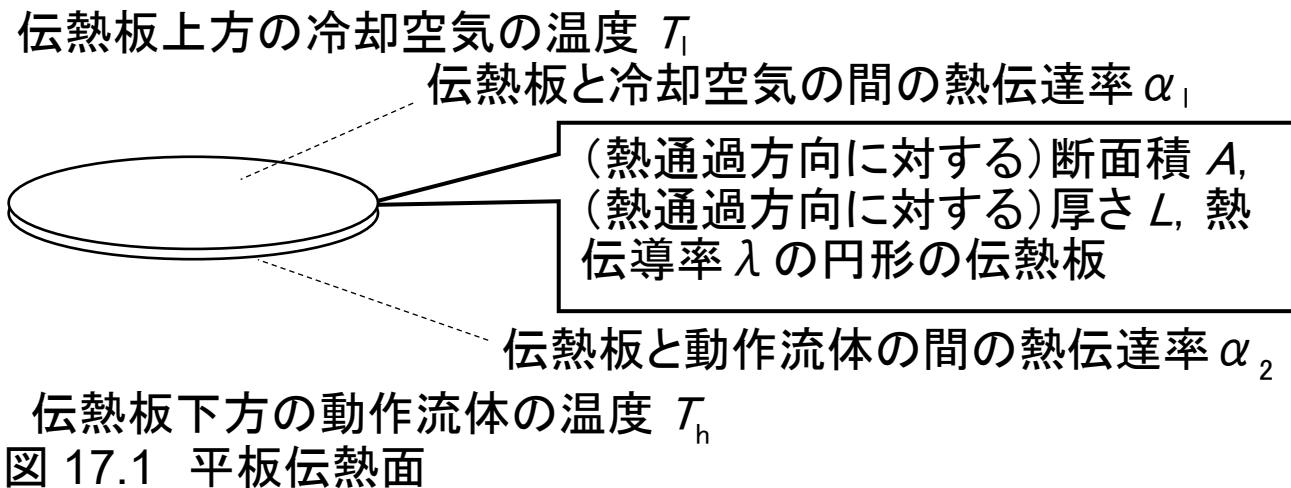
■演習問題 17(伝熱工学)

熱伝導(注 17.1)と熱伝達(注 17.2)には式(17.1)~(17.3)の関係が成り立つとする. 図 17.1 において熱通過率  $K$  を求めてください. また熱伝導率  $\lambda$  と熱伝達率  $\alpha$  の単位を求めてください. ここで  $Q$  は 1 秒あたりに通過する熱量で単位は  $W$  です. 注 17.1: 物質内の熱の移動, 注 17.2: 物体と物体の界面での熱の移動

$$\text{熱伝導: } Q = \lambda A \frac{T_h - T_l}{L} \quad (17.1)$$

$$\text{熱伝達: } Q = \alpha A (T_h - T_l) \quad (17.2)$$

$$\text{熱通過率 } K \text{ をつけた表現: } Q = K (T_h - T_l) \quad (17.2)$$



問 14 のような熱力学の問題では, 非現実的な「可逆過程」と「準静的過程」を仮定している. 「可逆過程」は例えば動作流体の納まる系と外部の間に温度差が無く, 動作流体の温度変化と外部の温度変化が同時に生じるような状態を仮定している. しかし実際は問 17・18 のように温度差があることで熱が移動するので, 加熱や冷却に際して系の内外の温度は一致しない. また系内の温度は巨視的に見ても瞬時に均一になる訳では無いが, 「準静的過程」と称して系内の温度や圧力が系内で偏りなく均一に変化すると仮定している. 一方, 式(17.1)~(17.3)も微視的な原子や分子などの挙動は考慮しないので, 熱平衡を表現できない.

また熱伝達率も次の問題のように特定の条件ではヌセルト数という形で与えられるが, 低温度差スターリングエンジンのような条件はコンピュータを用いて熱流体計算を行う. なおヌセルト数の式等の不思議な係数や指数で表現される式は, その係数や指数の

意味を考えるものではないし,  $1\text{kcal}=4.1868\text{kJ}$  や  $g=9.80665\text{m/s}^2$ ,  $1\text{atm}=101.325\text{kPa}=760\text{mmHg}$ ,  $R_0=8.3145\text{kJ}/(\text{kmol}\cdot\text{K})$  などとは異なり覚える必要があるとは思えない.

### ■演習問題18(伝熱工学)

300K の水が, 内径 24mm の管内を発達した状態で, 質量流量  $m=0.5\text{kg/s}$  で流れています. 壁温 360K 一定で加熱される加熱区間出口における温度を 340K にしたいと考えています. 表 18. 1 の物性値と式(18.1)~(18.7)を用いて以下の手順に従って計算してください. (参考: 平山直道, 荒木良一郎編, 例題で学ぶ熱力学, 第4刷, 丸善, (1999)p.132)

- 手順1 水の平均温度を求めてください.
- 手順2 水 1kg が 300K から 340K に加熱される時に必要な熱量を求めてください.
- 手順3 水が管内を流れる時の平均流速を求めてください.
- 手順4 水の流れが乱流と層流のいずれであるか判断してください. レイノルズ数 2300 以下だと乱れることが無い層流, レイノルズ数 3000 以上だと実用上は乱流とみなすと判断してください.
- 手順5 熱伝達率を求めてください.
- 手順6 必要な管の長さを求めてください

平板に沿う流れ(層流) ( $Pr>0.6$ )

$$Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \quad (18.1)$$

平板に沿う流れ(乱流) ( $0.5<Pr<5$ )

$$Nu = 0.037 Re^{4/5} Pr^{1/3} \quad (18.2)$$

円管(層流)

$$Nu = 3.66 + \frac{0.0668(Re \cdot Pr \cdot d/x)}{1 + 0.04(Re \cdot Pr \cdot d/x)^{2/3}} \quad (18.3)$$

円管(乱流) ( $10^4<Re<10^7$ ,  $0.7<Pr<120$ )

$$Nu = 0.023 Re^{4/5} Pr^{1/3} (\mu/\mu_w)^{0.14} \quad (18.4)$$

ヌセルト数

$$Nu = \alpha L/\lambda \quad (18.5)$$

## レイノルズ数

$$Re = uL/\nu = \frac{uL}{\mu/\rho} \quad (18.6)$$

## プラントル数

$$Pr = \frac{c\mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a} \quad (18.7)$$

$\alpha$ : 熱伝達率,  $\lambda$ : 熱伝導率,  $\mu$ : 流体の粘度,  $\mu_w$ : 管壁温度における流体の粘度,  $\nu$ : 動粘度 ( $=\mu/\rho$ ),  $\rho$ : 密度,  $a$ : 熱拡散率 ( $=\lambda/(c\rho)$ ),  $d$ : 代表長さ,  $L$ : 代表長さ,  $u$ : 流速,  $x$ : 流入口からの距離

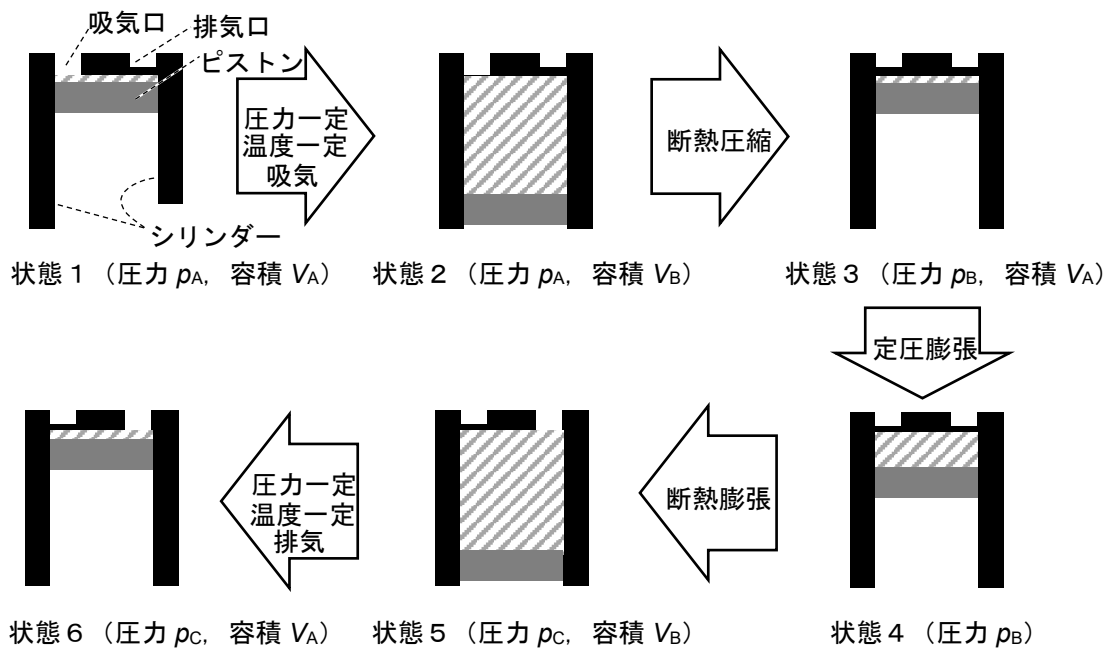
表 18.1 水の物性値\*

温度 [K]	密度 [kg/m <sup>3</sup> ]	定圧比熱 [kJ/(kg·K)]	粘度 [10 <sup>-6</sup> Pa·s]	動粘度 [10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s]	熱伝導率 [W/(m·K)]	熱拡散率 [10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s]
300	996.66	4.179	854.4	0.8572	0.6104	0.1466
320	989.47	4.180	577.2	0.5832	0.6369	0.1540
340	979.48	4.188	422.5	0.4314	0.6599	0.1601
360	967.23	4.202	326.7	0.3378	0.6710	0.1651

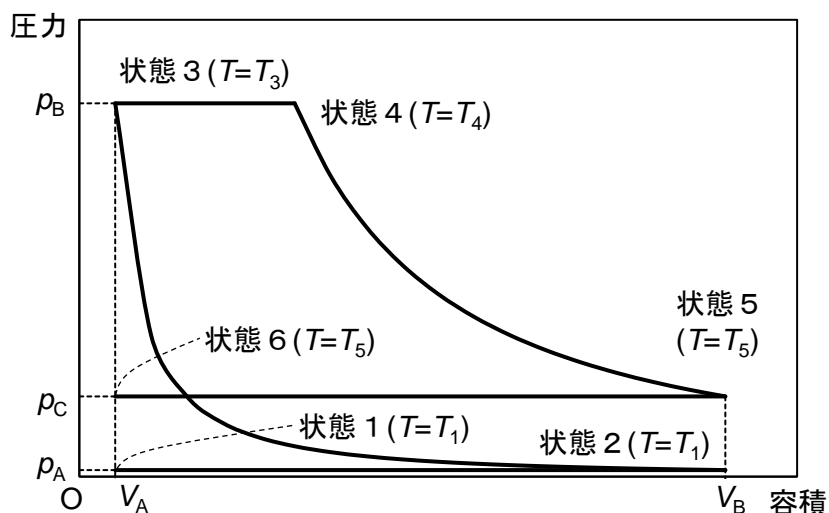
\*参考書(平山直道, 荒木良一郎編, 例題で学ぶ熱力学, 第4刷, 丸善, (1999) p.132)において, 「日本機械学会, 技術資料 流体の熱物性値集」から抜粋されていたデータを使用しました)

**演習問題 19. (熱力学, ディーゼルエンジンを想定した問題だが, エンタルピーにおける流動仕事  $pV$  を扱う)**

「摩擦が無視できる」, 「気体は理想気体」, 「与えられる熱量は気体の温度変化にのみ使われる」と仮定し, 図 19.1 の斜線部が示す気体の圧力と容積の関係を, 図 19.2 の  $p-V$  線図で表しました. 状態1から状態2に至る過程で, 圧力  $p_A$  および温度  $T_1$  一定で, 熱機関が気体を吸気口から取り入れ, シリンダー内の容積が  $V_A$  から  $V_B$  まで変化した. 吸気された気体の内部エネルギーは  $U_{in}$  であり, ピストンは気体から仕事  $W_{in}$  をされた.



**図 19.1 エンタルピーや工業仕事, ベルヌーイの定理の圧力の項に関する問題の模式図**



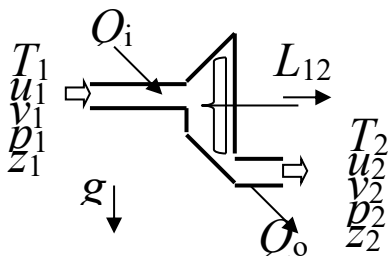
**図 19.2 エンタルピーや工業仕事, ベルヌーイの定理の圧力の項に関する問題の  $p-V$  線図**

問 19.1 仕事  $W_{in}$  を,  $p_A$ ,  $V_A$  および  $V_B$  を用いて表してください.

問 19.2 状態1から状態6までの間に, 「ピストンの運動から取り出せる熱機関の仕事  $L$ 」を,  $U_{in}$ ,  $W_{in}$ ,  $Q$ ,  $U_{out}$ ,  $W_{out}$  を用いて表してください.

■演習問題 20(熱力学の蒸気タービンの問題で, エンタルピやエントロピを活用する問題)

ピストンを用いる熱機関が間欠的に仕事を発生させるのに対して, 火力発電や原子力発電で用いられるランキンサイクルやジェットエンジンやガスタービン等のブレイトンサイクルでは連続的に動作流体が流れ, 仕事を発生させます.



- $m$ : 質量流量
- $T$ : 温度[K]
- $u$ : 流速[m/s]
- $v$ : 比体積[m<sup>3</sup>/kg]
- $p$ : 圧力[Pa]
- $z$ : 基準面からの高さ[m]
- $L_{12}$ : タービンで取り出す工業仕事
- $g$ : 重力加速度
- $Q_{in}$ : 供給熱量
- $Q_{out}$ : 系からの放熱

図 20.1 タービンの模式図

問 20.1 図 20.1 の流入部状態 1 において単位時間当たり  $m$  kg 流入する動作流体を動かす仕事を求めてください.

問20.2 図 20.1 において単位時間当たり  $m$  kg 流出入する動作流体に対して, 内部エネルギー, 動作流体を動かす仕事, 運動エネルギー, 基準面を0とした位置エネルギーなどを考慮して, 熱力学の第1法則を満たす式を作ってください. 供給熱量, 系からの放熱, 工業仕事を単位時間当たりの数値にする時は, 質量流量  $m$  と同様にドットを付して表現してください. 必要な定数は適宜定義して使用してください.

問 20.3 上記問 20.2 で解答した式において, 運動エネルギーと位置エネルギーは状態1と状態2で差が他の項目に対して十分小さいと見なせる場合の式を作ってください. なお解答する式は, 左辺に動作流体の保有するエネルギーと動作流体を動かす仕事の項を配し, 右辺に供給熱量・放熱・工業仕事を配してください.



問 20.4 上記問 20.3 で解答した式において, 系からの放熱が無いと仮定し, 断熱変化(注 20.1)をするものとして, 式を解答してください.

注 20.1: 断熱変化を仮定すると, 工業仕事はタービン前後のエンタルピの差です. エンタルピは内部エネルギーに圧力と体積の積を足したようなもので, 定圧比熱を温度で積分して質量を乗じても得られません. 空気なら, 温度と圧力と流量が分かれば工業仕事が推定できます. しかし相変化を伴う水蒸気は, タービン出口で圧力と温度だけでは気体と液体の割合が決まらず, 工業仕事が不明です. そこで, 断熱変化でエントロピが変化しないことを利用し, 温度・圧力・比エンタルピ  $h$ ・比エントロピ  $h$  を図示した蒸気  $h$ - $s$  線図を用いてタービン前後のエンタルピの差を求めたり, 乾き度を求めてエンタルピを求めます.

問 20.5 図 20.1 の入口から出口までの系が外部にする仕事の合計を絶対仕事として, 上記問 20.4 で解答した式に基づいて絶対仕事  $W_{12}$  を求めてください.

問 20.6. 上記問 20.5 に基づいて  $p$ - $v$  線図で工業仕事を図示してください. またその結果を, 積分を用いて表現してください.

問 20.7. タービンを回す動作流体の比体積  $v$  を実験的に計測することが可能か否かを, 現実の問題として考えてください.

■演習問題21(水力学 ベルヌーイの定理の式を用いた, ピトー管等による流速の計測)

蒸気タービンやガスタービン(ジェットエンジン)のようなシステムでは, 動作流体の流量計測には浮子式流量計ではなく, ピトー管やオリフィスを用いることがあります. これらは流体の種類が明らかなら, センサで計測する項目が温度と圧力だけで流速が求まります. 綾瀬はるか主演の「ハッピーフライト」という, 今となっては古い映画がありますが, その映画の中で鳥と衝突して破損した部品が今回の問題で扱う「ピトー管」です. 流体の温度と圧力から, ベルヌーイの定理に類似した演算で流速を得ます. 実務では, 動作流体の整流や係数による補正などを行い, 妥当な値が得られるようにします. なおエネルギー保存則(ベルヌーイの法則)は非圧縮性で

非粘性の流体が定常で流れている時, 同一流線上で外部との熱の授受が無い時に成り立つ. 「流量が系内で同一であれば, 断面積と流速の積が一定である」する連続の式を用いれば, 流量や同一系内における他区間での流速などを求められる.

問 21.1 とある断面で単位時間当たり  $m$  kg 流入する動作流体を動かす仕事を求めてください. そのときの流体の圧力を  $p$  とします.

問 21.2 上記問 21.1 の条件で, 同じ流体が持つ運動エネルギーと位置エネルギーを求めてください.

問 21.3. 上記問 21.1 と問 21.2 に基づいて, 状態1と状態2におけるエネルギー保存の法則を満たす式を示してください. ただし, この式の各項の単位が長さの単位  $m$  になるようにしてください.

問 21.4. 図 21.1 はピトー管と呼ばれる工業的に良く用いられる流速測定器具の原理を簡易的に示したものである. 問 21.3 の結果を用いて, 流速  $u_1$  を灰色で示される流体の高さ等を用いて表わしてください. 解答に必要な物理量は, 適宜記号を説明して利用してください. なお白色で示される部分の流体の密度は無視できる程度に十分に小さいと見なしてください.

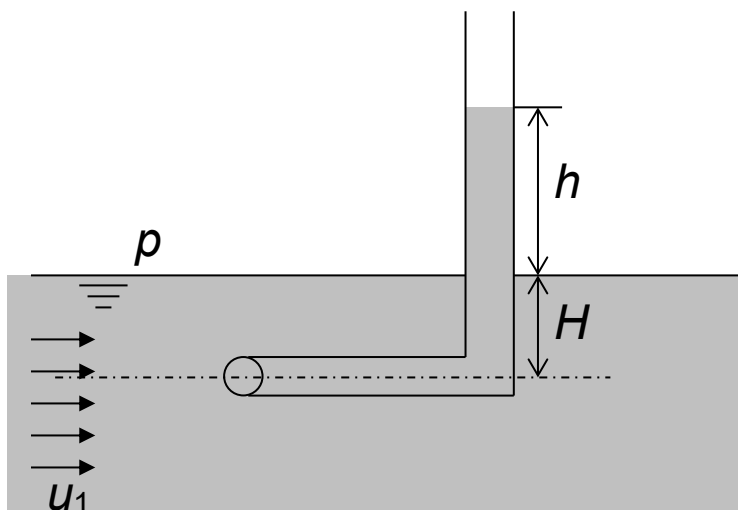


図 21.1 ピトー管の模式図